Exploración interna de matemáticas

Matemáticas: Análisis y Enfoques

Nivel Medio

Modelo matemático para estimar la población del matorralero cabecipálido (*Atlapetes pallidiceps*) en Ecuador

Número de páginas: 20

Tabla de contenidos

Introducción

La naturaleza y la vida animal siempre me han fascinado desde que era niña; razón por la cual planeo encaminar mi profesión al campo de investigación en química y la biología. Para llevar a cabo la exploración interna de matemática, varios temas vinieron a mi mente, y después de algunas horas de lectura e indagación, descubrí el excepcional caso del Matorralero cabecipálido, cuya especie fue salvada de la extinción en Ecuador.

Figura 1. El matorralero cabecipálido (Atlapetes pallidiceps)

El matorralero cabecipálido, o también conocido por su nombre científico como *Atlapetes pallidiceps*, es una especie de ave endémica del Ecuador. Este pájaro se creyó extinto durante 30 años, hasta que en 1998 miembros de la Fundación Jocotoco la redescubrieron en la provincia de Azuay. Apenas 20 ejemplares fueron encontrados ese día, a pesar de esto la esperanza no estaba perdida (Alarcón, 2020). Para preservar la especie se implantaron varias medidas de conservación como la creación de la Reserva de Yunguilla para evitar la destrucción de su hábitat, la eliminación de otras especies que dificultaban la supervivencia del Matorralero y el monitoreo de la población anualmente. Con el paso de los años y el apoyo de varias organizaciones, la reserva ha ido creciendo de 20 hectáreas a 195 hectáreas, permitiéndole a la especie reproducirse de mejor manera. Gracias a todos estos esfuerzos, la clasificación del matorralero cabecipálido paso de ‘En Peligro Crítico de extinción' a 'En Peligro de extinción'.

Explicado lo anterior, mi objetivo principal al ejecutar esta investigación es crear un modelo matemático que muestre la recuperación poblacional del ave para poder comprender la reproducción de esta especie y estimar la población en el futuro. En este estudio, el tiempo en años será la variable independiente y la población respectiva en número de territorios ocupados la variable dependiente. La metodología que se usará partirá de la recopilación de datos sobre el aumento poblacional por años del Matorralero desde 1998 hasta 2009 de la 'Unión Internacional para la Conservación de la Naturaleza'. Después de esto, se plantearán tres modelos poblacionales utilizando funciones exponenciales y logísticas, tanto por medio del uso de fórmulas como con el uso de la tecnología. Se eligieron los modelos exponencial y logístico ya que estos son los más exactos para describir la rápida reproducción de especies (Morláns, 2004). Por último, se compararán los tres modelos realizados con el porcentaje de error respectivo para determinar cuál es el modelo más adecuado para predecir la población a futuro. Cabe destacar que las funciones ya derivadas fueron obtenidas de sitios web confiables como lo es Khan Academy. Los gráficos se harán usando las herramientas de Excel y Geogebra. Además, se completarán los cálculos con una calculadora Casio fx-9860GII.

Al concluir este trabajo, espero descubrir un modelo apropiado que describa la reproducción de esta especie, y así poder predecir los cambios en la población a futuro. Encontrar un modelo que se ajuste a la población del matorralero tiene gran importancia ya que se lo puede aplicar en el cálculo de poblaciones de especies con similares características, además de ser un ejemplo global para otras naciones de que se pueden preservar especies en peligro de extinción con medidas de conservación apropiadas.

Presentación de datos

A continuación, se presentan los datos del número de territorios ocupados en un período de doce años por la especie, entre 1998 y 2009. El número de territorios ocupados indica a grupos de aves encontradas, como el total de parejas o familias localizadas y no directamente el número de individuos; sin embargo, estos datos brindan una idea clara de su reproducción. Los datos fueron obtenidos de la lista roja de especies amenazadas de la 'Unión Internacional para la Conservación de la Naturaleza' (UICN). Cabe recalcar la mayoría de los datos se encuentran en rangos aproximados por la dificultad de recopilarlos con exactitud.

Tabla 1. Población del matorralero cabecipálido en Azuay, Ecuador

Tiempo (Años)	Población (Número de territorios ocupados)
1998	5-15
1999	12-22
2000	15-27
2001	35-37
2002	20-35
2003	30-34
2004	42-45
2005	50-52
2006	59-61
2007	81-83
2008	110-120
2009	113

Fuente: Elaboración propia

Para facilitar el análisis de los datos, se tomará el año 1998 como el año 0, ya que en esta fecha se redescubrió la especie. Los siguientes años se enumerarán del 0 al 11 progresivamente. En cuestión al número de territorios ocupados, se encontrará la media del rango de los datos poblacionales para trabajar con un solo valor significativo, como se muestra en el ejemplo a continuación. En este caso, los valores aparecerán de forma continua puesto que se ha realizado una aproximación.

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$$

$$\bar{k} = \frac{5 + 15}{2} = 10.0$$

Tabla 2. Población aproximada del matorralero cabecipálido en Azuay, Ecuador

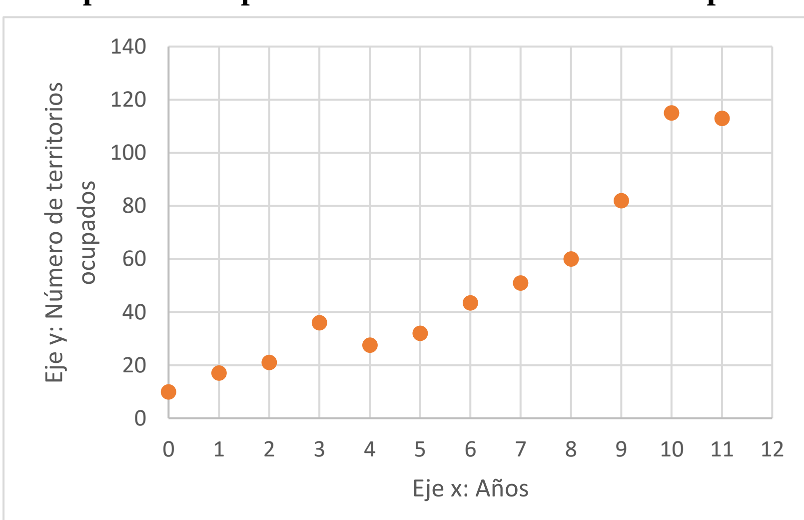
Tiempo (Años)	Población (Número de territorios ocupados)
0	10.0
1	17.0
2	21.0
3	36.0
4	27.5
5	32.0
6	43.5
7	51.0
8	60.0
9	82.0
10	115.0
11	113.0

Fuente: Elaboración propia

Procesamiento de datos

A continuación, se presentarán los datos de la tabla #2 en un gráfico de dispersión para identificar la tendencia y entender el comportamiento del crecimiento poblacional del ave.

Gráfico 1. Gráfico de población aproximada del matorralero cabecipálido



En este gráfico de dispersión, se puede ver que existe una tendencia creciente en relación con los años y el número de territorios ocupados de la especie. Es decir, conforme transcurren los años, la especie se reproduce cada vez más rápidamente.

Existen dos modelos matemáticos que se ajustan al crecimiento poblacional de una especie, el modelo exponencial o modelo de Malthus y el modelo logístico o modelo de Verhulst (Cortés, et al. 2014). Estos modelos son los más adecuados ya que las especies tienen un alto índice de crecimiento en un corto período de tiempo. En las siguientes secciones de esta investigación, se utilizarán ambos modelos para intentar predecir el crecimiento de la especie así también como recursos tecnológicos para obtener el modelo más exacto y preciso que se ajuste a los datos.

Modelo 1: Crecimiento exponencial a través de la utilización de la fórmula

El primer modelo que se usará es el modelo de crecimiento exponencial, también conocido como modelo de Malthus y se lo calculará de forma manual. Este modelo describe un crecimiento que comienza lentamente, con el pasar del tiempo va cobrando aceleración. Se asume que los individuos de la especie viven en un ambiente ideal con recursos ilimitados, por lo que no hay nada que impida su crecimiento. Este modelo se basa en la función:

$$P(t) = P0e^{kt}$$

En donde:

- P(t)= tamaño de la población
- P0= población inicial
- e= número de Euler
- k= tasa de crecimiento (constante)
- t= tiempo en años

Para obtener la función que describe el crecimiento de esta especie, se empezará despejando el valor de la población inicial P0 que corresponde al año 0:

$$P(t) = P0e^{kt}$$

$$10 = P0e^{k0}$$

$$P0 = 10$$

Reemplazando P0 en la función se obtiene:

$$P(t) = 10e^{kt}$$

A continuación se encontrará el valor de la tasa de crecimiento k con cuatro cifras significativas. Para esto, se reemplazará los años en t y la población respectiva en P(t) según los datos de la tabla #2. Se empezará con el valor (1,17):

$$17 = 10e^{k1}$$

$$\frac{17}{10} = e^{k}$$

$$1.7 = e^{k}$$

Se utiliza un logaritmo para encontrar k:

$$\log_e 1.7 = k$$

Logaritmo en base *e* equivale a logaritmo natural:

$$\ln 1.7 = k$$

$$k \approx 0.5306$$

Para encontrar el valor más exacto de la tasa de crecimiento, se repetirá este proceso con todos los datos y luego se encontrará el promedio de estos, como se muestra en la tabla #3 a continuación.

Tabla 3. Operaciones para encontrar k

Tiempo (Años)	Población (Número de territorios ocupados)	Reemplazando en la fórmula	Operación para K	Resultado de K
0	10	$10 = P0e^{k0}$	-	-
1	17	$17 = 10e^{k1}$	$\log_e 1.7 = K$	$K \approx 0.5306$
2	21	$21 = 10e^{k2}$	$\frac{(\ln 2.1)}{2} = K$	$K \approx 0.3710$
3	36	$36 = 10e^{k3}$	$\frac{(\ln 3.6)}{3} = K$	$K \approx 0.4270$
4	27.5	$27.5 = 10e^{k4}$	$\frac{(\ln 2.75)}{4} = K$	$K \approx 0.2529$
5	32	$32 = 10e^{k5}$	$\frac{(\ln 3.2)}{5} = K$	$K \approx 0.2326$
6	43.5	$43.5 = 10e^{k6}$	$\frac{(\ln 4.35)}{6} = K$	$K \approx 0.2450$
7	51	$51 = 10e^{k7}$	$\frac{(\ln 5.1)}{7} = K$	$K \approx 0.2327$
8	60	$60 = 10e^{k8}$	$\frac{(\ln 6.0)}{8} = K$	$K \approx 0.2240$
9	82	$82 = 10e^{k9}$	$\frac{(\ln 8.2)}{9} = K$	$K \approx 0.2340$
10	115	$115 = 10e^{k10}$	$\frac{(\ln 11.5)}{10} = K$	$K \approx 0.2442$
11	113	$113 = 10e^{k11}$	$\frac{(\ln 11.3)}{11} = K$	$K \approx 0.2204$

Fuente: Elaboración propia

Utilizando estos datos, se realizara un promedio de k obteniendo la media aritmética utilizando la siguiente fórmula para expresar la tasa de crecimiento:

$$\bar{k} = \frac{\sum k}{n}$$

$$\bar{k} = \frac{0.5306+0.3710+0.4270+0.2529+0.2326+0.2450+0.2327+0.2240+0.2340+0.2442+0.2204}{11}$$

$$\bar{k} = \frac{3.2144}{11}$$

$$\bar{k} = 0.2922$$

La ecuación final para el crecimiento de esta especie según el modelo exponencial es:

$$P(t) = 10e^{0.2922t}$$

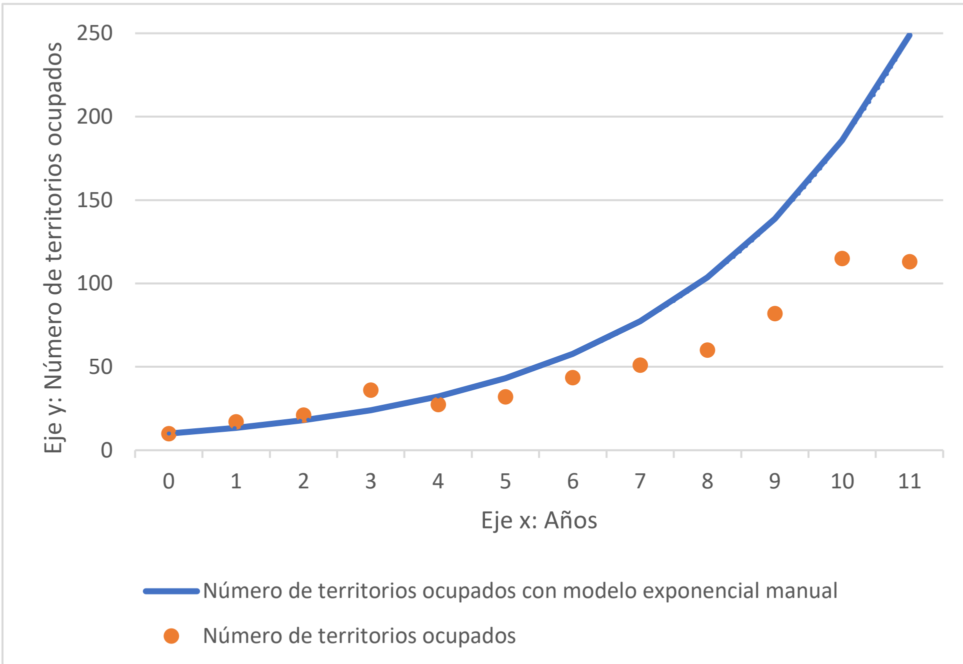
En la tabla #4 se muestra los territorios ocupados de especies utilizando la función calculada redondeado a dos cifras decimales; en el grafico #2 se muestra el modelo realizado con estos datos.

Tabla 4. Población modelizada con modelo exponencial a través de la utilización de la fórmula

Tiempo (Años)	Población modelizada con modelo 1 (Número de territorios ocupados)
0	10.00
1	13.39
2	17.94
3	24.03
4	32.18
5	43.10
6	57.73
7	77.32
8	103.60
9	138.70
10	185.80
11	248.80

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 2. Gráfico de población modelizada con modelo exponencial a través de la utilización de la fórmula



Como se puede observar en el gráfico #2, la población (número de territorios ocupados) de los primeros años se ajusta con el modelo propuesto. Sin embargo conforme el tiempo (años) sigue aumentando, el modelo se hace cada vez más impreciso y se aleja de los datos reales. Esto puede deberse a un error de cálculo de la tasa de crecimiento k, ya que se lo hizo sin medios tecnológicos, es decir, manualmente. Aunque se realizó un promedio de todos los valores de k para minimizar el error, se necesitarían más datos para obtener un valor más aproximado . Para corregir este error se utilizarán medios tecnológicos como lo es Excel para crear el siguiente modelo exponencial.

Modelo 2. Modelo exponencial con Excel

En esta sección, se utilizará la aplicación de Excel para encontrar el modelo exponencial más exacto posible. Para esto, se colocarán los datos de la tabla #2 en un documento en Excel, se insertará un gráfico de dispersión y se encontrará la "Línea de tendencia" en un modelo exponencial. Realizando estos pasos de obtiene la siguiente función:

$$P(t) = 13.031e^{0.2032t}$$

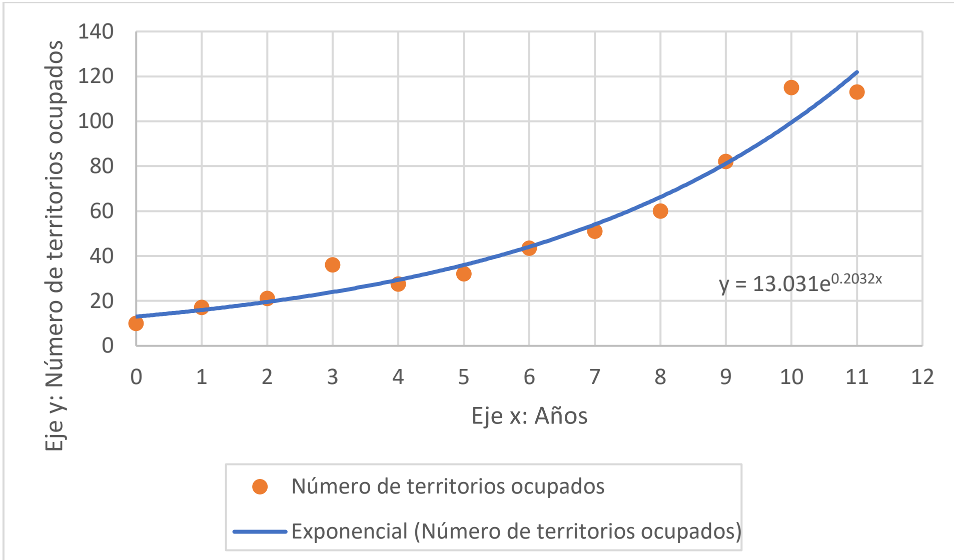
Como se puede ver, esta función tiene algunas diferencias con la función del modelo anterior. Para empezar, se asume que la población inicial es de ≈ 13 territorios ocupados, cuando en realidad eran 10. Así mismo, el valor de la tasa de crecimiento k es menor que el del modelo anterior. Estos cambios fueron posibles gracias los recursos de la tecnología y lograron que la función se ajuste de mejor manera a un mayor número de datos. A continuación se muestra la población modelizada con dos cifras decimales con la función propuesta en Excel en cuestión al tiempo y su gráfico correspondiente en la siguiente página.

Tabla 5. Población modelizada con modelo exponencial con Excel

Tiempo (Años)	Población modelizada con modelo 2 (Número de territorios ocupados)
0	13.03
1	15.97
2	19.56
3	23.97
4	29.37
5	35.99
6	44.10
7	54.04
8	66.22
9	81.14
10	99.42
11	121.80

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 3. Gráfico de población modelizada con modelo exponencial con Excel



Como es visible en el grafico #3, la curva del modelo generado con Excel se ajusta mejor a los datos que en el modelo anterior. Esto se debe a dos razones, primero P0 aumento de 10 a ≈ 13 por lo que cambió la intersección con el eje de las y. Asimismo, la tasa de crecimiento en el nuevo modelo es menor por lo que la velocidad de crecimiento no es tan rápida y fue más exacta con la realidad en los años posteriores.

Modelo 3. Crecimiento Logístico a través de la utilización de la fórmula

Por último, se encuentra el modelo de crecimiento logístico o modelo de Verhulst, el cual se lo realizará de manera manual. Este modelo se basa en la función del modelo exponencial pero establece un límite, un máximo hasta donde puede crecer la población. Es decir, este modelo considera los recursos limitados de un sistema, como el hábitat, la comida o el agua, lo que impiden que la población crezca desmesuradamente como en el modelo exponencial. El modelo de crecimiento logístico se basa en la función:

$$P(t) = \frac{P0\ a}{P0 + (a - P0)e^{-kt}}$$

En donde:

- P(t)= población en función del tiempo
- P0= población inicial
- a= capacidad de carga de la población
- e= número de Euler
- k= tasa de crecimiento (constante)
- t= tiempo en años

Como se ha mencionado, el modelo logístico se basa en el modelo exponencial, por lo que se usará el valor de la tasa de crecimiento (k) calculado en la tabla #3.

$$k = 0.2922$$

La capacidad de carga (a) indica el tamaño máximo de la población que se puede alcanzar por los recursos disponibles en un medio ambiente. Según informes realizados, la saturación del sistema del matorralero cabecipálido puede ocurrir entre 150 y 200 territorios ocupados (BirdLife International, 2016). Es decir entre una media de 175 territorios ocupados:

$$\bar{a} = \frac{150 + 200}{2} = 175$$

Reemplazando estos valores en la ecuación inicial:

$$P(t) = \frac{10 \times 175}{10 + (175 - 10)\, e^{-0.2922t}}$$

$$P(t) = \frac{1750}{10 + 165\, e^{-0.2922t}}$$

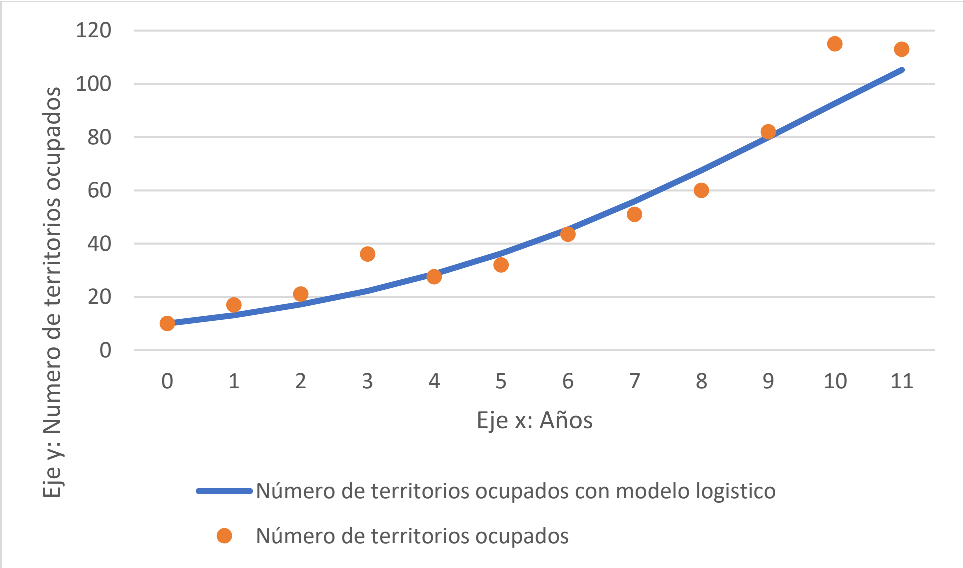
En la tabla #4 en la siguiente página se muestra los territorios ocupados con cuatro cifras significativas en función del tiempo en años con el modelo propuesto; en grafico #4 se muestra el modelo realizado con estos datos.

Tabla 4. Población modelizada con modelo logístico a través de la utilización de la fórmula

Tiempo (Años)	Población (Número de territorios ocupados)
0	10
1	13.14
2	17.16
3	22.24
4	28.56
5	36.25
6	45.36
7	55.84
8	67.48
9	79.93
10	92.68
11	105.20

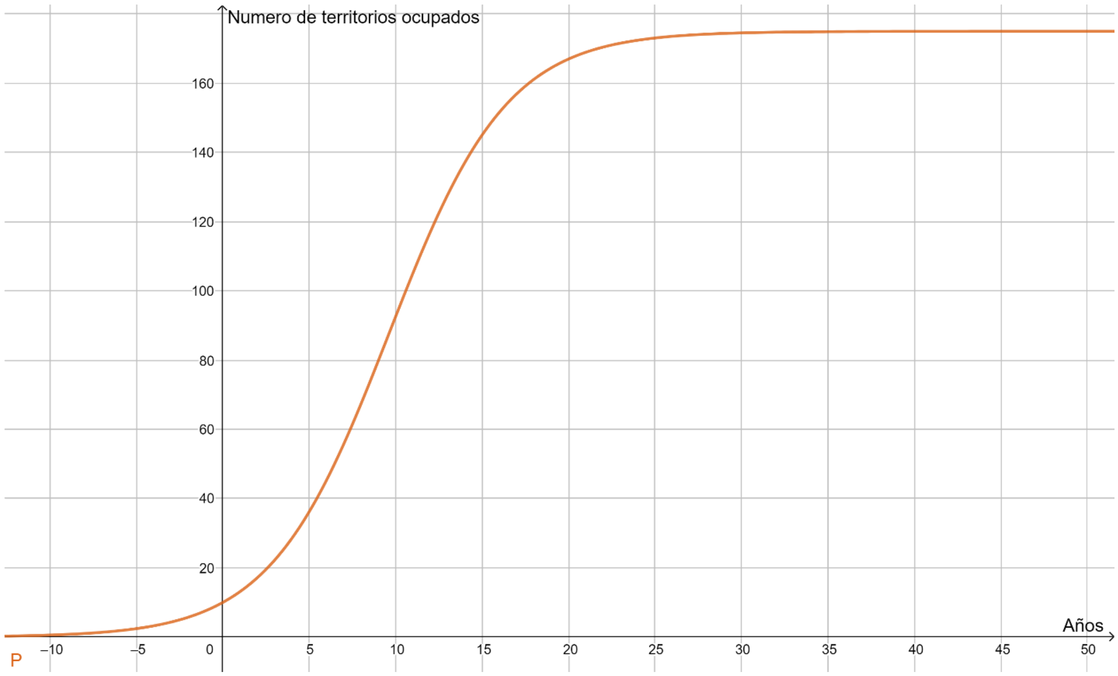
Fuente: Elaboración propia

Gráfico 4. Gráfico de población modelizada con modelo logístico a través de la utilización de la fórmula



Como es visible, los datos se ajustan con el modelo propuesto. Cualitativamente, el modelo es preciso ya que la tendencia describe el crecimiento de los datos. Sin embargo, a simple vista el modelo logístico es bastante parecido al modelo exponencial. En el grafico #5 se puede entender mejor el comportamiento del modelo logístico, puesto que este tiene un límite.

Gráfico 5. Gráfico de población modelizada con modelo logístico a través de la utilización de la fórmula



En el grafico #5, se puede ver la función alcanza un límite de 175, por lo que después de este punto a pesar de que los años pasan, no existirá un crecimiento de la población. En un lenguaje matemático más exacto, el rango de la función exponencial era igual a $]0, +\infty[$ ya que teóricamente, la población puede crecer libremente, hasta el infinito. En cambio, en la función logística el rango es de $]0,175[$ ya que el valor máximo que se puede alcanzar es de 175 territorios ocupados.

Comparación de los tres modelos

Para comparar los tres modelos propuestos y encontrar el más exacto, se utilizará el porcentaje de error, el cual permite conocer la diferencia entre el valor real y el valor estimado, y por lo tanto, conocer que tan exacto es el modelo para describir la realidad. Para calcular el porcentaje de error se necesita calcular el error absoluto y el error relativo.

El error absoluto es la diferencia entre el valor real del valor estimado, se lo calcula con la fórmula:

$$e_a = (Vr - Ve)$$

El error relativo es el error absoluto dividido para el valor real:

$$e_r = \frac{e_a}{Vr}$$

Para encontrar el porcentaje de error o error porcentual se multiplica el error relativo por 100:

$$e_p = e_r \times 100$$

En donde:

- e_a= error absoluto
- Vr= valor real
- Ve= valor estimado
- e_r= error relativo
- e_p= error porcentual

A continuación se obtendrá el error porcentual de los tres modelos para determinar cuál es el que mejor se ajusta a los datos. Cabe destacar que el error relativo estará redondeado a cuatro decimales al igual que el porcentaje de error.

Tabla 5. Error estándar de estimación en el modelo exponencial a través de la fórmula

Tiempo (Años)	Población real	Población estimada modelo 1	Error absoluto	Error relativo
0	10	10	0	0.0000
1	17	13.39	3.61	0.2124
2	21	17.94	3.06	0.1457
3	36	24.03	11.97	0.3325
4	27.5	32.18	-4.68	-0.1702
5	32	43.10	-11.1	-0.3469
6	43.5	57.73	-14.23	-0.3271
7	51	77.32	-26.32	-0.5161
8	60	103.56	-43.56	-0.7260
9	82	138.71	-56.71	-0.6916
10	115	185.78	-70.78	-0.6155
11	113	248.83	-135.83	-1.2020
				$\sum e_r = -3.9048$

Fuente: Elaboración propia

$$Error\ relativo\ (\bar{e}) = \frac{-3.9048}{12} \approx -0.3254$$

$$e_p = -0.3254 \times 100 = -32.54\%$$

Tabla 6. Error estándar de estimación en el modelo exponencial en Excel

Tiempo (Años)	Población real	Población estimada modelo 2	Error absoluto	Error relativo
0	10	13.03	-3.03	-0.3030
1	17	15.97	1.03	0.0606
2	21	19.56	1.44	0.0686
3	36	23.97	12.03	0.3342
4	27.5	29.37	-1.87	-0.0680
5	32	35.99	-3.99	-0.1247
6	43.5	44.1	-0.6	-0.0138
7	51	54.04	-3.04	-0.0596
8	60	66.22	-6.22	-0.1037
9	82	81.14	0.86	0.0105
10	115	99.42	15.58	0.1355
11	113	121.82	-8.82	-0.0781
				$\sum e_r = -0.1415$

Fuente: Elaboración propia

$$Error\ relativo\ (\bar{e}) = \frac{-0.1415}{12} \approx -0.0118$$

$$e_p = -0.0118 \times 100 = -1.18\%$$

El error porcentual en el modelo exponencial a través de la fórmula es de -32.54%, por lo que no se podría considerar al modelo adecuado para describir a la reproducción de la especie. Por otro lado, el error porcentual del modelo realizado en Excel es mucho menor de -1.18%. El modelo exponencial ejecutado a través del programa Excel es aquel que describe mejor la dinámica poblacional del matorralero cabecipálido. El signo negativo del error porcentual en ambos casos significa que el valor real está por debajo de los valores estimados.

Ahora bien, se obtendrá el error porcentual del modelo logístico a través del uso de la formula como se muestra en la tabla #7. para compararlo con el de Excel y determinar cuál de los dos se asemeja más a la realidad.

Tabla 7. Error estándar de estimación en el modelo logístico a través de la formula

Tiempo (Años)	Población real	Población estimada modelo 3	Error absoluto	Error relativo
0	10	10	0	0.0000
1	17	13.14	3.86	0.2271
2	21	17.16	3.84	0.1829
3	36	22.24	13.76	0.3822
4	27.5	28.56	-1.06	-0.0385
5	32	36.25	-4.25	-0.1328
6	43.5	45.36	-1.86	-0.0428
7	51	55.84	-4.84	-0.0949
8	60	67.48	-7.48	-0.1247
9	82	79.93	2.07	0.0252
10	115	92.68	22.32	0.1941
11	113	105.23	7.77	0.0688
				$\sum e_r = 0.6466$

Fuente: Elaboración propia

$$Error\ relativo\ (\bar{e}) = \frac{0.6466}{12} \approx 0.0539$$

$$e_p = 0.0539 \times 100 = 5.39\%$$

El porcentaje de error en el modelo logístico es igual a 5.39%, por lo que se lo puede considerar un modelo confiable. Debido a que el signo es positivo, significa que el valor real está por encima de los valores estimados. Comparándolo con el modelo exponencial realizado en Excel, se puede concluir que el más exacto entre los dos es el modelo exponencial ya que su porcentaje de error es menor. Sin embargo, es importante considerar algunos aspectos antes de saltar a una conclusión. En el modelo exponencial no existe un límite concreto ya que, como antes explicado, se asume que la población no tiene factores limitantes que le impidan reproducirse, como es el alimento, el agua y el hábitat. Sin embargo, esto no es cierto en la vida real ya que precisamente, la cercana extinción de la especie se debió a los recursos limitantes. Por otro lado, el modelo logístico toma en cuenta estos factores y tiene a estabilizarse en el tiempo. En este caso, estudios han demostrado que la capacidad de carga aproximada del sistema es de 175 territorios ocupados, por lo que la especie no se podrá reproducir más una vez alcanzado dicho limite. Es decir, en la función exponencial los territorios ocupados tienden al infinito, mientras que la función logística tiene a estabilizarse en el tiempo como se muestra en al gráfico #5, por lo que encaja más con la realidad. A pesar de que el error porcentual de la función logística es mayor que el de la función exponencial en Excel, podemos concluir que es más exacto ya que describe los recursos limitados a los que las especies se enfrentan en la realidad.

Predicción de datos

Con el modelo logístico, se calculará cual es la población por número de territorio ocupados actualmente, es decir en el año 2020 que corresponde al año 22 cuando se toma al año 1998 como año 0.

$$P(t) = \frac{1750}{10 + 165\, e^{-0.2922 \times 22}}$$

$$P(t) \approx 170.46$$

Por lo tanto, en el año 22 existen aproximadamente 170 territorios ocupados, por lo que el sistema está próximo a alcanzar la capacidad máxima de carga. Cabe destacar que cuando la función está cerca de alcanzar su máximo, no crece con tanta rapidez como en los años intermedios.

Conclusiones

En este estudio, se realizaron tres modelos poblacionales de manera manual y con el uso de medios tecnológicos a partir del modelo exponencial y logístico, tomando en cuenta el tiempo en años y la población en número de territorios ocupados para ajustar los datos de la reproducción del matorralero cabecipálido, ave endémica del Ecuador. Se empezó por el modelo exponencial, en el cual la población de una especie crece desmesuradamente conforme pasa el tiempo ya que se asume que se tiene recursos ilimitados y no hay nada que amenace la supervivencia de las especies. De manera manual, la función que se encontró no se ajustaba a los datos y el error porcentual era bastante alto. Este error pudo haber sido ocasionado debido a la limitada cantidad de datos; para solucionar esto se realizó el mismo modelo empleando medios tecnológicos como es la aplicación de Excel, en donde se encontró una función que se ajustaba casi perfectamente a los datos y cuyo error porcentual era cercano a 0. Después, se realizó un modelo logístico con cálculos manuales, el cual considera los recursos limitados de impiden la reproducción infinita de una población. Este modelo se ajustaba bastante bien a los datos ya que el error porcentual era bajo. Comparando los errores porcentuales del modelo exponencial de Excel y el modelo logístico, era evidente que el modelo exponencial se ajustaba mejor con la realidad ya que su error porcentual de -1.18% era menor que 5.39%, del modelo logístico. Sin embargo, el modelo logístico considera factores que amenazan la vida de las especies, por lo que se puede considerar más coherente con la realidad. De lo contrario, las especies crecerían sin ningún límite fijo. Por lo tanto, como se ha podido ver a lo largo de esta exploración, las matemáticas nos ayudan a realizar modelos y estimaciones, sin embargo, no se debe depender únicamente de esta área. Como en este caso, es adecuado considerar otros factores biológicos para obtener conclusiones correctas.

Fue posible alcanzar el objetivo general de este estudio, ya que se encontró que el modelo logístico ayuda para entender mejor el comportamiento de la reproducción de esta especie y hacer predicciones a futuro.

La dificultad principal de este estudio fue encontrar los datos suficientes, ya que contabilizar el número de individuos de una población por más pequeña que sea es complicado y difícil. Además, la investigación finalizó algunos años atrás por lo que no existían datos recientes de la especie. Sin embargo, el modelo logístico ha sido de gran utilidad para solucionar este problema, ya que se pudo predecir la población aproximada en 2020 que corresponde a casi 170 territorios ocupados.

Algunas ampliaciones o mejoras identificadas son hacer un estudio comparando la población de dos especies de aves. De esta manera, se podrá comparar las tasas de reproducción y, posiblemente identificar las razones de esta diferencia dependiendo del ambiente o los recursos. Por último, cabe mencionar que es importante la conservación de especies en otros países. En el caso del matorralero cabecipálido, los modelos estudiados muestran que es posible salvar a una especie por más pequeña que sea la población actual con medidas de conservación adecuadas.

Referencias Bibliográficas

Figura 1: Dušan M. Brinkhuizen. Matorralero Cabecipálido. Recuperado de https://bioweb.bio/galeria/Foto/Atlapetes%20pallidiceps/General/515563

Isabel Alarcón. (2020). Matorralero Cabecipálido se extiende en Ecuador. Recuperado de https://www.elcomercio.com/tendencias/matorralero-cabecipalido-extiende-ecuador-aves.html

BirdLife International. (2016). Atlapetes pallidiceps. The IUCN Red List of Threatened Species. Recuperado de https://www.iucnredlist.org/species/22721487/94713203

Niels Krabbe, Mery Juiña, Aldo Fernando Sornoza. (2011). Marked population increase of Pale-headed Brush-finch Atlapetes pallidiceps in response to cowbird control. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/226438501_Marked_population_increase_in_Pale-headed_Brush-finch_Atlapetes_pallidiceps_in_response_to_cowbird_control

María Cristina Morláns. (2004). INTRODUCCION A LA ECOLOGÍA DE POBLACIONES. Recuperado de https://www.uv.mx/personal/tcarmona/files/2010/08/Morlans-2004.pdf

Khan Academy. (S.F). Repaso de ecología de poblaciones. Recuperado de https://es.khanacademy.org/science/ap-biology/ecology-ap/population-ecology-ap/a/hs-population-ecology-review